



۱

تشریحی ۱۳۹۹ ساده

جمله اول یک دنباله حسابی ۱ و جمله بیستم آن ۱۴۹ است. مجموع بیست جمله اول این دنباله کدام است؟

بارم: ۱

۲

تشریحی ۱۳۹۶ متوسط

جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 3 \times 2^{n+1}$ است. حداقل چند جمله اول از این دنباله را جمع کنیم تا حاصل از ۹۶۰۰۰ بیش تر شود؟

بارم: ۱

۳

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم و سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده را رنگ می‌کنیم. به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی‌مانده از مرحله قبل را رنگ می‌کنیم. دست‌کم پس از چند مرحله رنگ‌آمیزی، حداقل ۹۸ درصد سطح مربع رنگ شده است؟

بارم: ۱

۴

تشریحی ۱۳۹۷ متوسط

در یک دنباله هندسی، مجموع دوازده جمله اول ۱۰۸ و مجموع شش جمله اول ۱۲ است. نسبت جمله پنجم به سوم این دنباله کدام است؟

بارم: ۱

۵

تشریحی ۱۳۹۶ ساده

در یک دنباله حسابی، اگر جمله اول تغییر نکند و به قدرنسبت آن ۲ واحد اضافه شود، به مجموع ۱۰ جمله اول چقدر افزوده خواهد شد؟

بارم: ۱

۶

تشریحی ۱۳۹۶ ساده

در یک سالن تئاتر در ردیف اول ۱۵ صندلی، در ردیف دوم ۱۸ صندلی و ردیف سوم ۲۱ صندلی قرار دارد و به همین ترتیب تعداد صندلی‌ها در هر ردیف افزایش می‌یابد. اگر این سالن ۸۷۰ صندلی داشته باشد، تعداد ردیف‌های آن چند تاست؟

بارم: ۱

۷

تشریحی ۱۳۹۸ متوسط

برای محافظت از تابش‌های مضر مواد رادیواکتیو لایه‌های محافظی ساخته شده است که شدت تابش‌ها پس از عبور از آنها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش ۹۹ درصد کاهش یابد؟

بارم: ۱

۸

تشریحی ۱۳۹۹ دشوار

مجموع همگی اعداد موجود در جدول ضرب 10×10 چقدر است؟

بارم: ۱

۹

تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

جمله اول، سوم و پنجم یک دنباله هندسی به ترتیب برابر با جمله اول، چهارم و شانزدهم یک دنباله حسابی با جملات متمایز است. مجموع پانزده جمله ابتدایی این دنباله حسابی چند برابر جمله چهارم دنباله حسابی است؟

بارم: ۱

۱۰

تشریحی ۱۳۹۸ ساده

اگر سه دنباله حسابی $a_n = 1, 3, \dots$ ، $b_n = -2, 3, \dots$ و $c_n = -17, -7, \dots$ را داشته باشیم، مجموع ۱۰ جمله اول دنباله جملات مشترک این سه دنباله، کدام است؟

بارم: ۱

۱۱

تشریحی ۱۳۹۹ دشوار

اگر مجموع n جمله اول دنباله زیر برابر با S_n باشد، S_8 کدام است؟

بارم: ۱

$$2, (2 + 2^2), (2 + 2^2 + 2^3), \dots, (2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n)$$

۱۲

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی ۲۷ برابر جمله‌ی چهارم آن است. حاصل $\frac{S_4}{S_8}$ برابر کدام است؟

بارم: ۱

۱۳

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

حداقل چند جمله اول از دنباله $a_n = \frac{3^n - 2}{4}$ را با هم جمع کنیم تا مجموع آن‌ها از ۱۱ بیش‌تر شود؟

بارم: ۱

۱۴

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

در یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت ۳، اختلاف مجموع سی جمله‌ی اول از مجموع ده جمله‌ی سوم برابر با ۴۵۰ می‌باشد. مجموع ده جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

بارم: ۱

۱۵

دشواری نهایی ۱۴۰۲

در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۱۶ می‌باشد. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟

بارم: ۱

۱۶

ساده تشریحی ۱۳۹۶

مله پنجم یک دنباله حسابی برابر ۱۰ و جمله هشتم آن برابر ۱۹ می‌باشد، مجموع جملات این دنباله از جمله پنجم تا جمله ۲۵ام کدام است؟

بارم: ۱

۱۷

ساده تشریحی ۱۴۰۰

حاصل $1 + 4 + 16 + \dots + 4096$ کدام است؟

بارم: ۱

۱۸

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

تعدادی توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله ۲ متر از هم قرار دارند (مطابق شکل). فاصله توپ اول از سید ۱۰ متر است. اگر دونه ابتدا کنار توپ A باشد و توپ را بردارد و آن‌را تا سید حمل کند و به سید بیندازد و مجدداً به طرف توپ بعدی بدود و آن‌را بردارد و برود به داخل سبد بیندازد و همین کار را ادامه می‌دهد. این دونه با انداختن چند توپ در سبد، مسافتی ۷۱۰ متری را دویده است؟



۱۹

دشواری تشریحی ۱۳۹۷

مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی ۳۵ و مجموع سه جمله آخر آن ۱۷۵ و مجموع تمام جملات آن ۳۵۰ است. این دنباله چند جمله دارد؟

بارم: ۱

۲۰

دشواری تشریحی ۱۳۹۷

در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول آن ۱۵۳ است. جمله اول، چند برابر جمله پنجم است؟

بارم: ۱

۲۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

به ازای کدام مقدار m ، معادله $(m-2)x^2 + (2m\sqrt{5m})x + m^2 - 2m = 0$ دو ریشه حقیقی معکوس هم دارد؟

بارم: ۱

۲۲

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

محدوده m را طوری به دست آورید که سهمی $y = (-m+1)x^2 + 2(m-3)x - 1$ همواره پایین محور x ها قرار گیرد.

بارم: ۲

۲۳

دشواری تشریحی ۱۳۹۹

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - (2m+2)x + 32 = 0$ باشند، به ازای چه مقدار از m ، x_1 واسطه هندسی بین ۲ و x_2 است؟

بارم: ۱

۲۴

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

در معادله درجه دوم $m x^2 - (3m+1)x + 4 = 0$ ، اگر مجموع معکوس ریشه‌ها $\frac{1}{4}$ باشد، قدرمطلق اختلاف ریشه‌ها کدام است؟

بارم: ۱

۲۵

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

مجموع ریشه‌های حقیقی معادله $(x^2 + x)^2 - 18(x^2 + x) + 72 = 0$ کدام است؟

بارم: ۱

۲۶

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

اگر ریشه‌های معادله $x^2 - 13x + a + 2 = 0$ دو عدد طبیعی متوالی باشند، مقدار a کدام است؟

بارم: ۱

۲۷

دشوار تشریحی ۱۳۹۹

اگر بین مقادیری که تابع $f(x) = x^2 + (m-1)x + 1$ را صفر می‌کند، رابطه $x' - x'' = \sqrt{x'} + \sqrt{x''}$ برقرار باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

بارم: ۱

۲۸

دشوار تشریحی ۱۳۹۷

دیوار یک ورزشگاه بیش از صد متر طول دارد. اگر بخواهیم با ۸۰ متر تور سیمی، روبروی دیوار ورزشگاه، محوطه‌ای مستطیلی شکل با بیشترین مساحت ممکن جهت محیطی برای انتظار تماشاگران تا باز شدن درب ورزشگاه ایجاد کنیم، مساحت قسمت ایجاد شده را با چند متر مربع است؟

۲۹

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

معادله $5x^2 - 11 = 0$ را حل کنید.

بارم: ۲

۳۰

ساده تشریحی ۱۳۹۸

اگر ریشه‌های معادله $x^2 - bx + c = 0$ برابر $\sqrt{3} \pm 1$ باشند، آن‌گاه حاصل $b^2 - c^2$ کدام است؟

بارم: ۱

۳۱

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

رأس‌های دو سهمی به معادله‌های $y = x^2 - 4x + k$ و $y = -x^2 + bx + 2k + 3$ بر هم منطبق هستند. مقدار k کدام است؟

بارم: ۱

۳۲

ساده نهایی ۱۴۰۲

عبارات زیر را به S و P تبدیل کنید.

بارم: ۱

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

۳۳

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

حدود m چقدر باشد تا نمودار تابع $y = (2m+1)x^2 + (3m+4)x + m + 4$ حداقل از ۳ ناحیه مختصاتی بگذرد؟

بارم: ۱

۳۴

دشوار تشریحی ۱۳۹۷

رأس سهمی به معادله $y = x^2 + mx - \frac{1}{4}$ ، روی نیمساز ناحیه اول و سوم محورهای مختصات واقع است. اگر این سهمی محور x ها را در نقاط A و B قطع کند، طول پاره خط AB کدام است؟

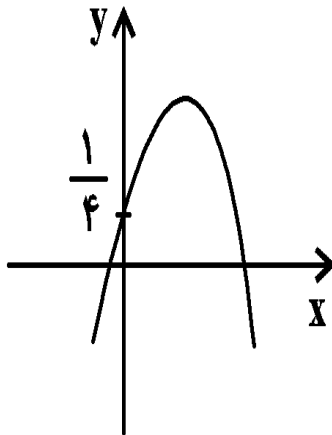
بارم: ۱

۳۵

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

اگر نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + (2-a)x + b$ به صورت شکل زیر باشد، در این صورت مجموعه مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

بارم: ۱



۳۶

اگر α و β ریشه های $x^2 - 4x - 2 = 0$ معادله باشند، حاصل عبارت $\alpha^2 - 5\alpha - \beta$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۳۷

اگر یکی از ریشه های معادله $(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو ریشه دیگر آن کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۳۸

اگر ریشه های معادله $ax^2 + ax + b = 0$ ، از مربع معکوس ریشه های معادله $2x^2 - 3x - 9 = 0$ ، ۲ واحد کمتر باشد، a کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۵

بارم: ۱

۳۹

اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، معادله درجه دومی را بنویسید که ریشه های آن α^3 و $10\beta + 3$ باشند.

دشوار تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

بارم: ۳.۲۵

۴۰

نقطه ای می نیمم تابع به معادله $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ و محل های تلاقی آن با محور x ها، رئوس مثلثی هستند. مساحت مثلث چند واحد مربع است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

۴۱

معادله های زیر را حل کنید.

دشوار تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

بارم: ۳

$$\text{الف) } \frac{2x}{x+7} + \frac{3}{x-2} = \frac{2x+1}{2x-4}$$

$$\text{ب) } \sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x}$$

۴۲

اگر مجموع مربعات ریشه های معادله $6x^2 + 13x + 4 = \frac{3}{x}$ برابر A باشد، مقدار \sqrt{A} کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۴۳

سازمانی دو دستگاه تصحیح تست دارد. اولی به تنهایی آزمون پایه یازدهم را در ۵ ساعت تصحیح می کند و اگر هر دو دستگاه با هم کار کنند، آزمون ۳ ساعته تصحیح می شود. دستگاه دوم به تنهایی در چند ساعت این آزمون را تصحیح می کند؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۴۴

به ازای کدام مقدار a معادلات $\frac{2x^2}{x} = 3 - 5x$ و $\frac{3x-2}{x} + \frac{2x+a}{x+3} = a$ جواب یکسان دارند؟

متوسط تشریحی ۱۴۰۰

بارم: ۱

۴۵

در معادله $\sqrt{8a^2+7} - \sqrt{4a^2+3} = 1$ مقدار $\frac{|a|+1}{|a|}$ کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۴۶

مجموع جواب های معادله $\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{x^2-2x+1} = -2$ کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۴۷

جواب های معادله $\frac{x}{x-1} - \frac{2x+1}{x-3} = \frac{-2x^2-3x+7}{x^2-4x+3}$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۴۸

معادله $\frac{x^2}{10} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{x^2+1}{2x^2-2}$ چند ریشه دارد؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۴۹

ریشه های معادله زیر را تعیین کنید.

$$3x + \sqrt{5x-2} = 1$$

بارم: ۲

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

۵۰

جواب معادله $\sqrt{x^2} = (3 - \sqrt{-x})^2$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

۵۱

معادله $\frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} = 4 - x$ را حل کنید

بارم: ۲

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

۵۲

اختلاف مربعات ریشه‌های معادله $\sqrt{x-2} - \sqrt{2x-3} = -1$ کدام است؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

۵۳

می‌خواهیم با یک تکه مقوا، مستطیلی به محیط $2\sqrt{5} + 6$ برش دهیم که در این مستطیل نسبت طلایی برقرار باشد. طول L و عرض w این مستطیل را محاسبه نمایید.

بارم: ۱.۵

(در مستطیلی با نسبت طلایی، رابطه $\frac{L}{w} = \frac{w+L}{L}$ برقرار است.)

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

۵۴

معادله رادیکالی $\sqrt{x+2} + \sqrt{ax^2+4} = 0$ دارای یک جواب حقیقی است، مقدار a کدام است؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

۵۵

تعداد و علامت جواب (های) معادله $\sqrt{2x+1} = x-2$ چگونه است؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

۵۶

جواب (های) معادله زیر را به دست آورید:

بارم: ۲

$$\sqrt{2x+1} = x-2$$

متوسط تشریحی ۱۳۹۸ دشوار

۵۷

حاصل ضرب جواب‌های معادله $\frac{1}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+2} = \frac{7}{x^2+6}$ کدام است؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی قلمچی ۱۳۹۷ دشوار

۵۸

معادله زیر را حل کنید.

بارم: ۲

$$\sqrt{x^2} = (1 - \sqrt{-x})^2$$

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

۵۹

اگر $x=4$ جواب معادله $\sqrt{3x-8} - a = \sqrt{5-x}$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

۶۰

مجموعه $\{0, -1\}$ ، مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\frac{ax}{2x-b} + \sqrt{x+b} = 1$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

۶۱

مجموعه جواب معادله $|2x-3| = \left| \frac{1}{x-2} \right|$ دارای چند عدد صحیح است؟

بارم: ۱

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

۶۲

اگر $\frac{1}{4} < |x - \frac{3}{4}|$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $|x-1| + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ کدام است؟

بارم: ۱

۶۳

چند عدد حقیقی داریم که فاصله آن‌ها از عدد یک، با فاصله مربع آن‌ها از عدد یک برابر باشد؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۶۴

با توجه به تساوی $4 + |2a - b| = 4a - a^2$ ، حاصل $a + b$ کدام است؟ $(a, b \in R)$

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۶۵

مساحت سطح محدود بین نمودار تابع $y = |x + 1| + |x + 3|$ و خط $y = -x$ کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

۶۶

کمترین مقدار عبارت $A = |2x - 4| + |2x + 6|$ به ازای مقادیر حقیقی x کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۶۷

با در نظر گرفتن نمودار توابع $y = 2|x - 1|$ و $y = \sqrt{x + 3}$ ، معادله $\sqrt{x + 3} - 2|x - 1| = 0$ چند ریشه دارد؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۶۸

اگر $2 < |x - 1|$ ، آن‌گاه حاصل عبارت $|2x + 3| + 2|x - 3|$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۶۹

مساحت محدود بین نمودارهای دو تابع $f(x) = |x - 3| + |x + 1|$ و $g(x) = 6$ کدام است؟

ساده تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

۷۰

جواب‌های معادله $|x| + |x + 1| = 2x + 1$ در کدام محدوده قرار دارند؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۷۱

اگر به ازای $x \in (a, b)$ ، فاصله دو عدد $3x - 1$ و $x - 3$ روی محور اعداد کمتر از ۶ باشد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۷۲

معادله $\|x - 2| - 2| = 4 - (x - 2)^2$ چند ریشه حقیقی دارد؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۷۳

مجموعه جواب معادله $x^2 = |x + 2| + |x - x^2| + 2$ با شرط $x < 1$ ، شامل چند عدد صحیح است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۷۴

مجموع جواب‌های معادله $3|x + 6| - \sqrt{4 - 4x + x^2} = 0$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۷۵

تعداد جواب‌های معادله $\frac{x}{|x|} = x^2$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

۷۶

اگر مجموعه جواب نامعادله $|2x - 1| \leq x + 5$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل ab کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

۷۷

اگر $|a + a| = 0$ و $|b - 1| = 1 - b$ باشد، حاصل $|a + b - 1| - |b - 2|$ همواره کدام است؟

ساده تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۷۸

معادله $x^2 + 2x = |x - 1| - 1$ را به روش هندسی حل کنید.

متوسط تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

بارم: ۱.۵

۷۹

حدود a برای آن‌که معادله $|2x + 1| + |2a - 1| = 2$ جواب نداشته باشد، کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۸۰

مجموع جواب‌های معادله $|x+2|+2|x|=14$ کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۸۱

نقاط $A\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$ ، $B\left(-\frac{2}{1}, -\frac{2}{1}\right)$ و $C\left(-\frac{3}{-2}, -\frac{3}{-2}\right)$ سه رأس متوازی‌الاضلاع $ABCD$ هستند. مجموع طول و عرض مختصات رأس D آن کدام است؟

ساده تشریحی ۱۳۹۷

بارم: ۱

$$A\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right) \quad B\left(-\frac{2}{1}, -\frac{2}{1}\right) \quad C\left(-\frac{3}{-2}, -\frac{3}{-2}\right)$$

۸۲

اگر $A(3, 8)$ و B نقطه‌ای روی محور طول‌ها به طول ۱- باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی M وسط پاره‌خط AB از مبدأ مختصات کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۸۳

اگر سه نقطه $A(-2, 2)$ ، $B(1, 3)$ و $C(-1, -1)$ سه رأس یک مثلث باشند، طول میانه وارد بر ضلع BC کدام است؟

متوسط تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱

۸۴

نقطه A واقع بر خط $y = 2x - 1$ کم‌ترین فاصله را از مبدأ مختصات دارد. طول نقطه تصویر A بر محور x ‌ها کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۸۵

نقاط $A(-1, 3)$ و $B(3, -1)$ دو سر یک قطر از مربعی هستند. مساحت مربع کدام است؟

ساده تشریحی ۱۳۹۶

بارم: ۱

۸۶

اگر نقاط $A(2, 3)$ ، $B(6, 2k-3)$ و $C(k, -1)$ رؤس مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) باشند، فاصله پای میانه وارد بر وتر تا مبدأ مختصات چقدر است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۸

بارم: ۱

۸۷

قرینه نقطه $A(3, 2)$ را نسبت به خط $y = x - 3$ به دست آورید.

ساده تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

بارم: ۲

۸۸

معادله ی خط عمودی گذرنده از $(5, -3)$ را بیابید.

ساده تکاچ ۱۳۸۴

بارم: ۱

۸۹

نقاط $A\left(\frac{3}{1}, \frac{3}{1}\right)$ ، $B\left(-\frac{2}{-2}, -\frac{2}{-2}\right)$ و $C\left(-\frac{1}{1}, -\frac{1}{1}\right)$ رؤس مثلث ABC هستند. نوع مثلث و مساحت آن کدام است؟

ساده تشریحی ۱۳۹۷

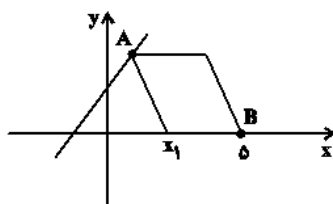
بارم: ۱

۹۰

در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، رأس A روی خط $y = x + 1$ قرار دارد و طول قطر بزرگ آن $AB = 3\sqrt{2}$ واحد است. فاصله نقطه تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع از مبدأ مختصات کدام است؟

دشوار تشریحی ۱۳۹۹

بارم: ۱



۹۱

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

ساده

مقدار m و k را طوری به دست آورید که نقطه $A'(k, -3k+1)$ قرینه نقطه $A(5, m-1)$ نسبت به مبدأ مختصات باشد.

بارم: ۱

۹۲

تشریحی ۱۳۹۹

متوسط

دایره‌ای به مرکز $O(1, -1)$ از نقطه $A(4, 3)$ می‌گذرد. عرض از مبدأ خط مماس بر دایره و گذرنده از نقطه A کدام است؟

بارم: ۱

۹۳

تشریحی ۱۳۹۷

ساده

خط گذرنده بر دو نقطه $(-2, 3)$ و $(7, -3)$ ، محور x ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

بارم: ۱

۹۴

تشریحی ۱۳۹۸

دشوار

در مثلث ABC با رئوس $A(1, 1)$ ، $B(2, -1)$ و $C(6, 2)$ ، فاصله ارتفاع رسم شده از رأس A و عمودمنصف وارد بر ضلع BC کدام است؟

بارم: ۱

۹۵

تشریحی ۱۳۹۸

متوسط

نقطه $A(3, -1)$ وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله $2y - x = 5$ است. مساحت این مربع کدام است؟

بارم: ۱

۹۶

تشریحی ۱۳۹۹

دشوار

نقاط $A(1, 0)$ ، $B(6, 0)$ و $C(2, 2)$ رؤس یک مثلث هستند. اگر CD نیمساز داخلی زاویه C باشد، مختصات D کدام است؟ (D محل برخورد نیمساز C با ضلع AB است.)

بارم: ۱

۹۷

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

ساده

نقطه $A(0, 3)$ رأس مستطیل $ABCD$ است. اگر CD روی خط $2x - y = 2$ باشد و مساحت این مستطیل 10 سانتی متر مربع باشد:

بارم: ۱.۷۵

الف) طول و عرض این مستطیل را به دست آورید.

ب) طول قطر AC از این مستطیل را پیدا کنید.

پ) فاصله رأس B از قطر AC را به دست آورید.

۹۸

تشریحی ۱۳۹۹

ساده

اگر $A(2, 5)$ و $M(-2, 1)$ باشند، فاصله قرینه نقطه A نسبت به M از مبدأ مختصات کدام است؟

بارم: ۱

۹۹

تشریحی ۱۳۹۸

متوسط

دو ضلع از یک لوزی بر دو خط $2y + x = 6$ و $3x - y = 4$ منطبق می‌باشند و نقطه $(1, -1)$ یکی از رأس‌های لوزی است. طول ضلع این لوزی چند برابر $\sqrt{5}$ است؟

بارم: ۱

۱۰۰

تشریحی ۱۳۹۶

دشوار

اگر خطوط $-bx + (a-b)y - 8 = 0$ و $3ax + by - c = 0$ در نقطه $(1, 2)$ همدیگر را قطع کنند و بر هم عمود باشند، آن‌گاه c کدام است؟ ($a \neq b, a, b \neq 0$)

بارم: ۱

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۱

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{20} = 149 \end{cases} \xrightarrow{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)} S_{20} = \frac{20}{2}(1 + 149) = 1500$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲

این دنباله یک دنباله هندسی است، قدرنسبت آن $q = 2$ و جمله اول آن $a_1 = 12$ است.

$$S_n > 96000 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} > 96000 \Rightarrow \frac{12(1-2^n)}{1-2} > 96000$$

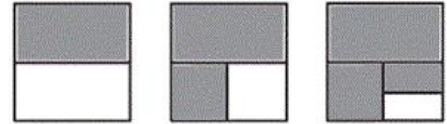
$$\Rightarrow 2^n - 1 > 8000 \Rightarrow 2^n > 8001 \Rightarrow n \geq 13$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳



$$S_1 = \frac{1}{2}, \quad S_2 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2, \quad S_3 = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3, \quad \dots$$

$$S_n = \frac{\frac{1}{2}(1 - (\frac{1}{2})^n)}{1 - \frac{1}{2}} \geq \frac{98}{100} \Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{98}{100}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n \leq \frac{1}{50} \Rightarrow 2^n \geq 50 \Rightarrow n \geq 6$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴

$$\frac{S_{12}}{S_6} = \frac{108}{12} \Rightarrow \frac{\frac{a_1(q^{12} - 1)}{q - 1}}{\frac{a_1(q^6 - 1)}{q - 1}} = 9 \Rightarrow \frac{q^{12} - 1}{q^6 - 1} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{(q^6 - 1)(q^6 + 1)}{q^6 - 1} = 9 \Rightarrow q^6 + 1 = 9 \Rightarrow q^6 = 8 \Rightarrow q^2 = 2$$

نسبت جمله پنجم به سوم برابر است با:

$$\frac{a_5}{a_3} = \frac{a_1 q^5}{a_1 q^3} = q^2 = 2$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵

می‌دانیم مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

بنابراین:

$$S_{10} = 5(2a_1 + 9d)$$

در دنباله جدید داریم:

$$(S_{10})_{\text{جدید}} = 5(2a_1 + 9(d+2)) = 5(2a_1 + 9d + 18)$$

$$= 5(2a_1 + 9d) + 90$$

$$\Rightarrow (S_{10})_{\text{جدید}} = (S_{10}) + 90$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶

یک دنباله حسابی با جمله اول $a_1 = 15$ و قدرنسبت $d = 3$ داریم و در آن $S_n = 870$ ، پس:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \\ \Rightarrow 870 &= \frac{n}{2}((30) + (n-1)3) \\ \Rightarrow 870 &= 15n + \frac{3}{2}n^2 - \frac{3}{2}n \Rightarrow \frac{3}{2}n^2 + \frac{27}{2}n - 870 = 0 \\ \Rightarrow 3n^2 + 27n - 1740 &= 0 \Rightarrow n^2 + 9n - 580 = 0 \\ \Rightarrow (n+29)(n-20) &= 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 20 \end{aligned}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۷

باید شدت تابش ۹۹ درصد کاهش یابد، بنابراین جمع کاهش شدت تابش‌ها باید بزرگتر یا مساوی ۹۹ درصد شدت تابش اولیه باشد بنابراین خواهیم داشت: (فرض کنیم شدت تابش اولیه A باشد)

$$\frac{A}{2} + \frac{A}{2^2} + \frac{A}{2^3} + \dots + \frac{A}{2^n} \geq \frac{99}{100}A$$

$$\xrightarrow{\div A} \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \geq \frac{99}{100}$$

سمت چپ نامساوی فوق یک دنباله هندسی با جمله اول $\frac{1}{2}$ و قدرنسبت $\frac{1}{2}$ است که مجموع آن از رابطه $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ محاسبه می‌شود.

$$\frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{2}} \geq \frac{99}{100} \Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{99}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{100} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow 100 \leq 2^n \Rightarrow n \geq 7 \Rightarrow \min(n) = 7$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۸

۱۰ ... ۴ ۳ ۲ ۱ : سطر اول

$$\Rightarrow \text{مجموع سطر اول} = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

در سطر دوم، این اعداد در ۲ و در سطر سوم در ۳ و ... ضرب می‌شوند.

پس:

$$\text{مجموع} = 1 \times 55 + 2 \times 55 + 3 \times 55 + \dots + 10 \times 55$$

$$\text{مجموع} = 55(1+2+\dots+10) = 55(55) = 3025$$

سوال ۹ گزینه درست: null تشریحی ۱۳۹۷ دشوار

گزینه «۳»

رابطه زیر در مورد جمله اول، سوم و پنجم یک دنباله هندسی برقرار است:

$$t_3^2 = t_1 \times t_5$$

از طرفی با توجه به سوال داریم: (a_n جمله n ام دنباله حسابی است.)

$$\begin{cases} t_1 = a_1 \\ t_3 = a_4 \\ t_5 = a_{16} \end{cases}$$

$$(a_4)^2 = (a_1)(a_{16}) \Rightarrow (a_1 + 3d)^2 = (a_1)(a_1 + 15d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 9d^2 + 6a_1d = a_1^2 + 15a_1d \Rightarrow a_1 = d$$

$$\frac{S_{15}}{a_4} = \frac{\frac{15}{2}(2a_1 + (15-1)d)}{a_1 + 3d} = \frac{a_1 = d}{4d} \frac{(15 \times 8)d}{4d} = 30$$

سوال ۱۰ گزینه درست: null تشریحی ۱۳۹۸ ساده

$$a_n = 1, 3, 5, \dots \quad d_1 = 2$$

$$b_n = -2, 3, 8, \dots \quad d_2 = 5$$

$$c_n = -17, -7, 3, \dots \quad d_3 = 10$$

اگر جملات مشترک این دنباله‌ها را بنویسیم به دنباله $3, 13, 23, \dots$ می‌رسیم که قدرنسبت آن ک. م. م قدرنسبت سه دنباله اول است. بنابراین داریم:

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2 \times 3 + 9 \times 10) = 480$$

سوال ۱۱ گزینه درست: null تشریحی ۱۳۹۹ دشوار

دلیل انتخاب: سؤال دارای کمی پیچیدگی است که در خصوص آن دانش‌آموز باید هم به جملات و هم به مجموع جملات دقت کند، سؤال نسبتاً دشوارتر از نمونه‌های کنکوری خود که ایده دسته‌بندی جمله‌های دنباله، در آن‌ها مطرح شده است.

جمله k ام این دنباله برابر با حاصل جمع k جمله از یک دنباله هندسی با جمله اول ۲ و قدرنسبت ۲ است، پس:

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^k = \frac{2(1-2^k)}{1-2} = 2(2^k - 1)$$

پس دنباله به صورت زیر است:

$$2(2^1 - 1), 2(2^2 - 1), 2(2^3 - 1), \dots, 2(2^n - 1)$$

$$\text{مجموع } n \text{ جمله اول} = 2(2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n - n \times 1)$$

$$= 2(2(2^n - 1) - n) = 4(2^n - 1) - 2n$$

$$S_8 = 4(2^8 - 1) - 2 \times 8 = 4 \times (256 - 1) - 16 = 1004$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۲

$$a_1 = 27a_F \xrightarrow{a_n = a_1 q^{n-1}} a_1 = 27 \times a_1 q^3$$

$$\Rightarrow q^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$$

$$\frac{S_F}{S_A} = \frac{a_1 \left(\frac{1-q^F}{1-q} \right)}{a_1 \left(\frac{1-q^A}{1-q} \right)} = \frac{1-q^F}{1-q^A} = \frac{1-q^F}{(1-q^F)(1+q^F)}$$

$$= \frac{1}{1+q^F} = \frac{1}{1+\frac{1}{27}} = \frac{1}{\frac{28}{27}} = \frac{27}{28}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۳

جملات دنباله هندسی داده شده به این صورت هستند:

$$\frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{3}{4}, \dots$$

$$S_n > 11 \Rightarrow a_1 \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) > 11 \Rightarrow \frac{1}{12} \times \frac{3^n - 1}{3 - 1} > 11$$

$$\Rightarrow 3^n - 1 > 264 \Rightarrow 3^n > 265 \Rightarrow n_{\min} = 6$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۴

از آنجایی که اختلاف مجموع سی جمله اول و ده جمله سوم، در واقع همان مجموع بیست جمله اول دنباله می‌باشد، پس:

$$S_{10} = \frac{10}{3} [2(a_1) + 9 \times (3)] \Rightarrow 45 = 2a_1 + 75 \Rightarrow a_1 = -6$$

در نتیجه:

$$S_{10} = \frac{10}{3} [2 \times (-6) + 9 \times (3)] = 75$$

دشواری

نهایی ۱۴۰۲

گزینه درست: null

سوال ۱۵

روش اول:

$$a + aq + aq^2 = 19$$

$$a^3 q^3 = 216 \Rightarrow aq = 6$$

$$a + 6 + 6q = 19 \Rightarrow a + 6q = 13 \Rightarrow \frac{6}{q} + 6q \Rightarrow 6q^2 - 13q + 6 = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{3}{2}, \frac{2}{3}$$

$$a = 4 \text{ یا } a = 9 \Rightarrow aq^2 - q = 9 - 4 = 5$$

روش دوم: در یک دنباله هندسی اگر a,b,c سه جمله متوالی باشند آن گاه داریم: $b^2 = ac$

$$\begin{cases} a + b + c = 19 \\ abc = 216 \end{cases} \xrightarrow{b^2=ac} b^2 \times b = 216 \Rightarrow b^3 = 216 \Rightarrow b = 6$$

بنابراین به جای b عدد 6 قرار می دهیم و در نتیجه داریم:

$$\begin{cases} a + b + c = 19 \\ abc = 216 \end{cases} \xrightarrow{b=6} \begin{cases} a + 6 + c = 19 \\ a \times 6 \times c = 216 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 13 \\ a \times c = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$4, 6, 9 \Rightarrow c - a = 9 - 4 = 5$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۶

ابتدا قدرنسبت و جمله اول دنباله را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} a_5 = 10 \Rightarrow a_1 + 4d = 10 \\ a_8 = 19 \Rightarrow a_1 + 7d = 19 \end{cases} \Rightarrow d = 3, a_1 = -2$$

$$\Rightarrow a_{15} = a_1 + 14d = -2 + 14 \times (3) = 40$$

$$\underbrace{a_5 + a_6 + \dots + a_{25}}_{\text{جمله ۲۱}} = \frac{21}{2} (a_{25} + a_5) = \frac{21}{2} (2a_{15}) = 21(a_{15}) = 21 \times (40) = 840$$

ساده

تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۱۷

گزینه «۳»

در این دنباله هندسی $a = 1$ و $q = 4$ است. در نتیجه $a_n = 1 \times 4^{n-1}$ می‌باشد. باید تعداد جملات را پیدا کنیم:

$$4096 = 4^{n-1} \Rightarrow 4^6 = 4^{n-1} \Rightarrow n = 7$$

پس 4096 جمله هفتم دنباله است. بنابراین برای مجموع 7 جمله اول دنباله داریم:

$$S_7 = \frac{1(1-4^7)}{1-4} = \frac{1-16384}{-3} = \frac{-16383}{-3} = 5461$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۸

دونده ابتدا ۱۰ متر می‌دود تا توپ A را داخل سبد بیندازد.

سپس از سبد به B می‌رود و برمی‌گردد یعنی ۱۲ × ۲ و بعد ۱۴ × ۲ متر می‌دود تا توپ C را داخل سبد بیندازد و ...

$$10 + 24 + 28 + 32 + \dots = 710$$

$$\Rightarrow 24 + 28 + 32 + \dots = 700$$

سمت چپ دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ است.

$$700 = \frac{n}{4} [2 \times 24 + (n-1) \times 4]$$

$$\Rightarrow 700 = n[24 + 2n - 2] \Rightarrow 700 = n(22 + 2n)$$

$$\Rightarrow n^2 + 11n - 350 = 0 \Rightarrow (n + 25)(n - 14) = 0 \Rightarrow n = 14$$

$n = 14$ به دست می‌آید که از توپ شماره B است و توپ A را نیز باید در نظر بگیریم پس در کل ۱۵ توپ به سبد انداخته است.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۱۹

$$\underbrace{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n}_{a_1 + a_2 + a_3 = 35} \quad \underbrace{a_{n-2}, a_{n-1}, a_n}_{a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 175}$$

$$(a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) = 35 + 175$$

$$\frac{(a_1 + a_n) = (a_2 + a_{n-1}) = (a_3 + a_{n-2})}{\rightarrow} \rightarrow 3(a_1 + a_n) = 210$$

$$\Rightarrow a_1 + a_n = 70$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\rightarrow 350 = \frac{n}{2}(70) \Rightarrow n = 10$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۰

در هر دنباله هندسی، $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ بنابراین:

$$\begin{cases} S_3 = 136 \\ S_6 = 153 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_3 = a_1 \times \frac{1-q^3}{1-q} = 136 \\ S_6 = a_1 \times \frac{1-q^6}{1-q} = 153 \end{cases} \Rightarrow \frac{S_3}{S_6} = \frac{136}{153}$$

$$\Rightarrow \frac{1-q^3}{1-q^6} = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{1-q^3}{(1-q^3)(1+q^3)} = \frac{8}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1+q^3} = \frac{8}{9} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_6} = \frac{a_1}{a_1 q^5} = \frac{1}{q^5} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^5} = 16$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۱

اگر معادله درجه دوم، دو ریشه حقیقی معکوس داشته باشد حاصل ضرب ریشه‌ها برابر با یک است. بنابراین:

$$\frac{c}{a} = 1 \Rightarrow \frac{m^2 - 2m}{m-2} = 1 \Rightarrow \frac{m(m-2)}{m-2} = 1 \xrightarrow{m-2 \neq 0} m = 1$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۲

اولاً باید ضریب x^2 منفی باشد، یعنی $-m+1 < 0$ ، که $\underbrace{m > 1}_{(*)}$ می شود.

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \quad \text{ثانیاً}$$

$$\begin{cases} a = 1 - m \\ b = 2m - 6 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Delta = (2m - 6)^2 - 4(1 - m)(-1) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 24m + 36 + 4 - 4m < 0$$

$$\stackrel{\div 4}{\rightarrow} m^2 - 7m + 10 < 0$$

$$\Rightarrow (m - 2)(m - 5) < 0 \Rightarrow 2 < m < 5 \quad (**)$$

$$\Rightarrow (*) \cap (**): 2 < m < 5$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۳

دلیل انتخاب: سؤال دارای ایده خلاقانه و ترکیبی است. واسطه هندسی و روابط بین ریشه‌های معادله درجه ۲ در یک سؤال مورد پرسش قرار گرفته است، نمونه ساده‌تر این سؤال که در آن‌ها خود سؤال رابطه بین ریشه‌ها را داده است، بسیار در کنکور تکرار شده است.

چون x_1 واسطه هندسی بین ۲ و x_2 است، پس: $x_1^2 = 2x_2$.

از طرفی حاصل ضرب ریشه‌ها برابر است با:

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = 32 \xrightarrow{x_1^2 = 2x_2} x_1^3 = 2x_1 x_2 = 2 \times 32 = 64$$

$$\Rightarrow x_1 = 4$$

$$(4)^2 = 2(x_2) \Rightarrow x_2 = 8$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow 4 + 8 = +\frac{(2m+2)}{1} \Rightarrow 2m = 10 \Rightarrow m = 5$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۲۴

مجموع معکوس ریشه‌ها $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ است، پس:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\frac{c}{a}} = \frac{\beta + \alpha}{c} = \frac{-b}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3m+1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3m+1 = 1 \Rightarrow m = 0$$

با جای‌گذاری $m = 2$ ، معادله به شکل $2x^2 - 7x + 4 = 0$ درمی‌آید. اختلاف ریشه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۵

با تغییر متغیر $x^2 + x = a$ معادله درجه دوم زیر حاصل می‌شود:

$$a^2 - 18a + 72 = 0 \Rightarrow (a - 6)(a - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ a = 12 \end{cases}$$

$$x^2 + x = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$x^2 + x = 12 \Rightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = -4 + 3 - 3 + 2 = -2$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۲۶

$$\text{مجموع ریشه‌ها } S = \frac{-(-13)}{1} = 13$$

ریشه های دو عدد متوالی

$$\xrightarrow{\text{متوالی}} x_1 = 6, x_2 = 7$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه ها } P = a + 2 \Rightarrow 6 \times 7 = a + 2 \Rightarrow a = 40$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۲۷

گزینه «۲»

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 + (m-1)x + 1 = 0$ را به دست می‌آوریم:

$$S = x' + x'' = -\frac{(m-1)}{1} = 1 - m \quad (1)$$

$$P = x'x'' = 1 \quad (2)$$

طرفین تساوی $x' - x'' = \sqrt{x'} + \sqrt{x''}$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(x' - x'')^2 = (\sqrt{x'} + \sqrt{x''})^2 \Rightarrow x'^2 + x''^2 - 2x'x''$$

$$= x'^2 + x''^2 + 2\sqrt{x'x''} \Rightarrow (S^2 - 2P) - 2P = S + 2\sqrt{P}$$

$$\Rightarrow S^2 - 4P - 2\sqrt{P} - S = 0$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} (1-m)^2 - 4 - 2 - (1-m) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 6 - 1 + m = 0 \Rightarrow m^2 - m - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -2 \end{cases}$$

اگر $m = 3$ باشد، $f(x) = x^2 + 2x + 1$ و در این حالت $x' = x'' = -1$ می‌شود که قابل قبول نیستند. اگر $m = -2$ باشد، $f(x) = x^2 - 3x + 1$ می‌شود و قابل قبول است.

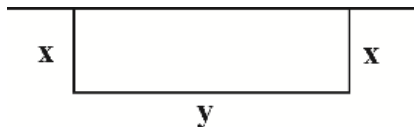
دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۸

در واقع محیط ایجاد شده برابر خواهد بود با:



x, y ماکزیمم شود: $2x + y = 10$,

$$y = 10 - 2x \Rightarrow x \cdot y = x(10 - 2x) = 10x - 2x^2$$

$$\Rightarrow z = -2x^2 + 10x$$

از آن جا که مقدار ماکزیمم در رأس سهمی رخ می‌دهد، خواهیم داشت:

$$x_{\max} = \frac{-10}{2(-2)} = 2.5$$

$$\Rightarrow x = 2.5, y = 10 - 2 \cdot 2.5 = 5$$

$$\text{مساحت ماکزیمم} = x \cdot y = 2.5 \times 5 = 12.5$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۲۹

$$x^2 + 3 = y \rightarrow x^2 = y - 3$$

$$(x^2 + 3)^2 - 5x^2 - 11 = 0$$

$$\rightarrow y^2 - 5(y - 3) - 11 = 0$$

$$\rightarrow y^2 - 5y + 15 - 11 = 0$$

$$\rightarrow y^2 - 5y + 4 = 0 \rightarrow (y - 4)(y - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 1 \rightarrow x^2 + 3 = 1 \rightarrow x^2 = -2 \\ y = 4 \rightarrow x^2 + 3 = 4 \rightarrow x^2 = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow x = \pm 1$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۰

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

$$x + x' = S = -\frac{B}{A} = b = (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow b = 2\sqrt{3}$$

$$x \cdot x' = P = \frac{C}{A} = c = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow b^2 - c^2 = (2\sqrt{3})^2 - (2)^2 = 12 - 4 = 8$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳۱

اگر رأس سهمی به معادله $y = x^2 - 4x + k$ را با S و رأس سهمی به معادله $y = -x^2 + bx + 2k + 3$ را با S^c نمایش دهیم، داریم:

$$y = x^2 - 4x + k \Rightarrow x_S = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2 \Rightarrow y_S = (2)^2 - 4(2) + k = -4 + k$$

$$y = -x^2 + bx + 2k + 3 \Rightarrow x_{S^c} = \frac{-b}{2(-1)} = \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{S^c} = -(b/2)^2 + b(b/2) + 2k + 3 = 2b + 2k - 1 \\ b = 4 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$y_S = y_{S^c} \Rightarrow -4 + k = 2b + 2k - 1$$

$$\xrightarrow{b=4} -4 + k = 8 + 2k - 1 \Rightarrow k = -11$$

ساده

نهایی ۱۴۰۲

گزینه درست: null

سوال ۳۲

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}}$$

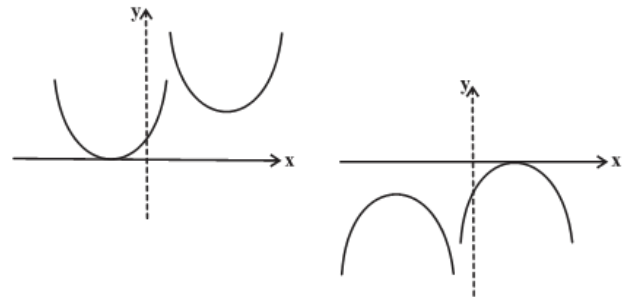
دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۳

اگر نمودار سهمی بخواهد حداقل از ۳ ناحیه مختصاتی بگذرد، تنها چهار موقعیت زیر را نسبت به محور X ها نمی‌تواند داشته باشد:



برای این‌که این چهار حالت رخ ندهد، کفایت شرط $\Delta > 0$ را اعمال کنیم:

$$\Delta > 0 \Rightarrow 9m^2 + 24m + 16 - 4(2m + 1)(m + 4) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 12m > 0 \Rightarrow m(m - 12) > 0$$

$$\Rightarrow m > 12 \text{ یا } m < 0$$

توجه کنید که به ازای $m = -\frac{1}{4}$ ، تابع خطی خواهد شد و از سه ناحیه محورهای مختصات عبور خواهد کرد.

دشواری

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۳۴

رأس هر سهمی به معادله $(a \neq 0)$ ، $y = ax^2 + bx + c$ ، نقطه $S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ است.

رأس این سهمی روی نیمساز ناحیه اول و سوم مختصات، یعنی خط $y = x$ واقع است، پس داریم:

$$y = x^2 + mx - \frac{1}{4}, \quad y_S = x_S \Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\Rightarrow \frac{-m}{2} = \frac{-(m^2 + 1)}{4} \Rightarrow 2m = m^2 + 1 \Rightarrow (m-1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow \text{معادله سهمی: } y = x^2 + x - \frac{1}{4}$$

می‌دانیم اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آن‌گاه، $|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$.

طول پاره‌خط AB برابر قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله درجه دوم $x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$ است، پس:

$$AB = |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۵

گزینه «۱»

دهانه سهمی رو به پایین است. پس $a < 0$ می‌باشد.

از طرفی نمودار تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{1}{4}$ قطع کرده است. پس $b = \frac{1}{4}$. حال از آنجایی که طول رأس سهمی عددی مثبت است، داریم:

$$-\frac{(2-a)}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{2-a}{2a} < 0 \xrightarrow{a < 0} 2-a > 0 \Rightarrow a < 2$$

و در نهایت باید شرط $\Delta > 0$ را هم بررسی کنیم:

$$\Delta = (2-a)^2 - 4a\left(\frac{1}{4}\right) = a^2 - 4a + 4 - a = a^2 - 5a + 4 > 0$$

$$\Rightarrow (a-4)(a-1) > 0 \Rightarrow a > 4 \quad \text{یا} \quad a < 1$$

از اشتراک روابط فوق نتیجه می‌گیریم که: $a < 0$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۳۶

(۱) $x = \alpha \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 4\alpha = 2$

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} A = \alpha^2 - 4\alpha - \alpha - \beta = 2 - \alpha - \beta = 2 - 4 = -2$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۳۷

گزینه «۲»

می‌دانیم ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس $x_1 = 2$ در معادله صدق می‌کند، بنابراین:

$$2(4a - 2 - 5) = 2 \Rightarrow 4a - 7 = 1 \Rightarrow a = 2$$

با جایگذاری به جای a در معادله داریم:

$$x(2x^2 - x - 5) = 2 \Rightarrow 2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$$

یک ریشه این معادله ۲ است، در نتیجه معادله بر $x - 2$ بخش‌پذیر است. با تقسیم آن بر $x - 2$ ، عامل‌های دیگر را می‌یابیم.

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - x^2 - 5x - 2 & x - 2 \\ - (2x^3 - 4x^2) & 2x^2 + 3x + 1 \\ \hline 3x^2 - 5x - 2 & \\ - (3x^2 - 6x) & \\ \hline x - 2 & \\ - (x - 2) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

بنابراین:

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = (x - 2)(2x^2 + 3x + 1) = 0$$

مجموع دو ریشه دیگر از معادله $2x^2 + 3x + 1 = 0$ به دست می‌آید که برابر $x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2}$ است.

دشواری

تشریحی ۱۳۹۵

گزینه درست: null

سوال ۳۸

به دلیل آن که می‌توان ریشه‌های معادله‌ی اصلی را به دست آورد بهتر است از روش زیر استفاده کنیم.

$$2x^2 - 3x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x'_1 = \frac{1}{x_1} - 2 = \frac{1}{3} - 2 = \frac{-17}{9} \\ x'_2 = \frac{1}{x_2} - 2 = \frac{2}{3} - 2 = \frac{-14}{9} \end{cases} \Rightarrow S' = x'_1 + x'_2 = \frac{-17}{9} - \frac{14}{9} = \frac{-31}{9}$$

$$\frac{x^2 - S'x + p' = 0}{\text{نیازی به محاسبه } p' \text{ نیست}} \rightarrow x^2 + \frac{31}{9}x + p' = 0 \xrightarrow{\times 9} 9x^2 + 31x + 9p' = 0$$

در مقایسه با معادله‌ی خواسته شده $a = 31$ است.

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۳۹

برای تشکیل معادله درجه دوم جدید، با توجه به معادله داریم:

$$S = -\frac{b}{a} = \alpha + \beta = ۳$$

$$P = \frac{c}{a} = \alpha\beta = -۱$$

و می توان برای معادله جدید نوشت:

$$S_{\text{جدید}} = \alpha^۲ + ۱۰\beta + ۳$$

$$P_{\text{جدید}} = \alpha^۲ \times (۱۰\beta + ۳)$$

α همیشه معادله $x^۲ - ۳x - ۱ = ۰$ است، پس در معادله صدق می کند:

$$\alpha^۲ - ۳\alpha - ۱ = ۰ \Rightarrow \alpha^۲ = ۳\alpha + ۱$$

$$\xrightarrow{\times \alpha} \alpha^۳ = ۳\alpha^۲ + \alpha \Rightarrow \alpha^۳ = ۳(۳\alpha + ۱) + \alpha$$

$$\Rightarrow \alpha^۳ = ۱۰\alpha + ۳$$

$$S_{\text{جدید}} = (۱۰\alpha + ۳) + (۱۰\beta + ۳) = ۱۰(\alpha + \beta) + ۶$$

$$S_{\text{جدید}} = ۱۰(۳) + ۶ = ۳۶$$

$$\Rightarrow P_{\text{جدید}} = (۱۰\alpha + ۳) \times (۱۰\beta + ۳) = ۱۰۰\alpha\beta + ۳۰(\alpha + \beta) + ۹$$

$$= ۱۰۰(-۱) + ۳۰(۳) + ۹ = -۱$$

بنابراین معادله جدید به صورت زیر است:

$$x^۲ - ۳۶x - ۱ = ۰$$

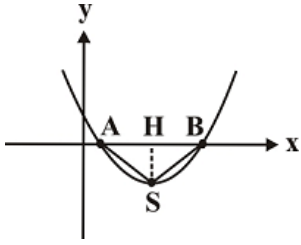
دشواری

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۴۰

با توجه به شکل فرضی، مساحت مثلث برابر است با:



$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} AB \times SH$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} |x_2 - x_1| \times |y_{\min}|$$

در تابع $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ اندازه ی عرضی می نیمم برابر است با:

$$|y_{\min}| = \left| -\frac{\Delta}{4a} \right| = \left| \frac{(-4)^2 - 4 \times 3}{4 \times 3} \right| = \frac{1}{3}$$

هم چنین مجموع ضرایب معادله صفر است، پس یک ریشه ۱ و ریشه ی دیگر $\frac{c}{a} = \frac{1}{3}$ و اختلاف آن ها برابر $\frac{2}{3}$ است، در نتیجه:

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2} |x_2 - x_1| \times |y_{\min}| = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

دشووار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۱

(الف)

$$\frac{2x}{x+7} + \frac{3}{x-2} = \frac{2x+1}{2x-4}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \times 2x(x-2)}{(x-2)(x+7) \times 2} + \frac{3(x+7)(2)}{(x-2)(x+7) \times 2}$$

$$\Rightarrow \frac{(2x+1)(x+7)}{2(x-2)(x+7)}$$

$$\xrightarrow{x \neq 2, -7} 2x(x-2) + 6(x+7) = (2x+1)(x+7)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 6x + 42 = 2x^2 + 15x + 7$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 17x + 35 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 289 - 280 = 9$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{17 \pm 3}{2 \times 2} = \begin{cases} x = 5 \text{ ق} \\ x = 3/2 \text{ ق} \end{cases}$$

(ب)

$$\sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x-3 + 3x+1 - 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) = 2-x$$

$$\Rightarrow 7x-2 = 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\Rightarrow 4x-2 = (\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 16x^2 - 16x + 4 = 12x^2 - 5x - 3$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 11x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121-112}}{8} = \frac{11 \pm 3}{8} = \begin{cases} x = 1/75 \text{ ق غ} \\ x = 1 \text{ ق غ} \end{cases}$$

دشووار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۲

$$6x^2 + 13x + 4 = \frac{3}{x} \Rightarrow 6x^3 + 13x^2 + 4x - 3 = 0$$

چون $f(-1) = 0$ است، پس $f(x)$ یک عامل $(x+1)$ دارد. با انجام تقسیم، عامل دیگر را پیدا می‌کنیم.

$$\begin{array}{r|l} 6x^3 + 13x^2 + 4x - 3 & x+1 \\ -(6x^3 + 6x^2) & \\ \hline 7x^2 + 4x - 3 & \\ -(7x^2 + 7x) & \\ \hline (-3x - 3) & \\ -(-3x - 3) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f(x) = (x+1)(6x^2 + 7x - 3) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x = -1 \\ 6x^2 + 7x - 3 = 0 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P \\ = \left(-\frac{7}{6}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{49}{36} + \frac{2}{6} = \frac{55}{36} \end{cases}$$

$$\text{مجموع مربعات ریشه‌ها} : A = (-1)^2 + \frac{49}{36} + \frac{55}{36} = \frac{121}{36} \Rightarrow \sqrt{A} = \frac{11}{6}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۳

گزینه «۳»

فرض کنید دستگاه دوم در ساعت آزمون را تصحیح کند. در این صورت در یک ساعت $\frac{1}{x}$ کار را انجام می‌دهد. دستگاه اول هم در این مدت $\frac{1}{5}$ کار را انجام می‌دهد:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\times 15x} 3x + 15 = 5x \Rightarrow 2x = 15 \Rightarrow x = 7.5$$

متوسط

تشریحی ۱۴۰۰

گزینه درست: null

سوال ۴۴

ابتدا جواب‌های معادله درجه ۲ را پیدا می‌کنیم:

$$2x^2 + 5x - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 5^2 - 4(2)(-3) = 49$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ قی} \\ x_2 = \frac{-5-7}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \end{cases}$$

چون $x = -3$ ریشه مخرج معادله گویا است، مدنظر سؤال نیست. پس داریم:

$$\xrightarrow{x = \frac{1}{2}} \frac{3\left(\frac{1}{2}\right) - 2}{\frac{1}{2}} + \frac{2\left(\frac{1}{2}\right) + a}{\frac{1}{2} + 3} = a \Rightarrow -1 + \frac{2a+2}{\frac{1}{2}} = a$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را در } \frac{1}{2} \text{ ضرب می‌کنیم}} -1 + 2a + 2 = \frac{1}{2}a$$

$$\Rightarrow 5a = -5 \Rightarrow a = -1$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۵

$$\sqrt{\lambda a^2 + 7} - \sqrt{4a^2 + 3} = 1 \Rightarrow \sqrt{\lambda a^2 + 7} = \sqrt{4a^2 + 3} + 1$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} \lambda a^2 + 7 = 4a^2 + 3 + 1 + 2\sqrt{4a^2 + 3}$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 3 = 2\sqrt{4a^2 + 3} \Rightarrow \sqrt{4a^2 + 3} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4a^2 + 3 = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow |a| = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{|a|+1}{|a|} = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}} = 3$$

دشواری

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۴۶

$$\sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{(x-1)^2} = -2 \xrightarrow{\sqrt[3]{x-1}} t - t^2 = -2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{x-2} - 1) = 0 \quad \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ \sqrt{x} + \sqrt{x-2} = 1 \end{cases}$$

هر ۲ ریشه در معادله صدق می‌کنند، پس: $9 + 0 = 9$: مجموع جواب‌ها \Rightarrow

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۷

$$\frac{x(x-3) - (2x+1)(x-1)}{(x-1)(x-3)} = \frac{-2x^2 - 3x + 7}{(x-1)(x-3)}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x^2 + 2x - x + 1 = -2x^2 - 3x + 7$$

$$\Rightarrow -x^2 - 2x + 1 = -2x^2 - 3x + 7$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases}$$

جواب‌های به دست آمده، ریشه مخرج کسرها نیستند، پس قابل قبول اند.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۴۸

$$\frac{x^2}{10} + \frac{1}{x^2-1} = \frac{x^2+1}{2x^2-2}$$

به ازای $x = \pm 1$ مخرج کسر صفر می‌شود پس دامنه عبارت بصورت $R - \{\pm 1\}$ می‌باشد.

طرفین معادله را با فرض $x \neq \pm 1$ در عبارت $10(x^2-1)$ ضرب می‌کنیم، داریم:

$$(x^2-1)x^2 + 10 = 5(x^2+1)$$

$$\Rightarrow x^4 - x^2 + 10 = 5x^2 + 5$$

$$\Rightarrow x^4 - 6x^2 + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2-1)(x^2-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2=1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ x^2=5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

پس $x = \sqrt{5}$ و $x = -\sqrt{5}$ ریشه‌های این معادله هستند.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۴۹

$$\sqrt{5x-2} = 1-3x \xrightarrow{\text{توان } 2} 5x-2 = (1-3x)^2$$

با شرط $0 \leq 5x-2$ به توان ۲ می‌رسد.

$$5x-2 = 1+9x^2-6x \Rightarrow 9x^2-11x+3=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{11+\sqrt{13}}{18} \\ x_2 = \frac{11-\sqrt{13}}{18} \end{cases}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۰

$$\sqrt{x^2} = (3-\sqrt{-x})^2 \Rightarrow |x| = (3-\sqrt{-x})^2$$

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد، یعنی $-x \geq 0$ پس $x \leq 0$ می‌شود، بنابراین $|x| = -x$ می‌شود.

$$-x = (3-\sqrt{-x})^2 \Rightarrow -x = 9 + (-x) - 6\sqrt{-x} \Rightarrow 6\sqrt{-x} = 9$$

$$\sqrt{-x} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{توان } 2} -x = \frac{9}{4} \Rightarrow x = -\frac{9}{4}$$

این عدد در بازه $(-2, -3)$ قرار می‌گیرد.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۱

$x - 4$ را به صورت $(2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})$ می نویسیم.

$$\frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} = (2 - \sqrt{x})(2 + \sqrt{x})$$

$$\frac{2 + \sqrt{x} \neq 0}{2 - \sqrt{x}} \rightarrow \frac{1}{2 - \sqrt{x}} = 2 - \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow (2 - \sqrt{x})^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 - \sqrt{x} = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ 2 - \sqrt{x} = -1 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \end{cases}$$

با توجه به دامنه x ($x \neq 4, x \geq 0$) هر دو جواب قابل قبول هستند.

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۲

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{2x-3} - 1$$

$$x - 2 = 2x - 3 - 2\sqrt{2x-3} + 1 \Rightarrow 2\sqrt{2x-3} = x$$

$$\Rightarrow x^2 = 4(2x-3) \Rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x-2) = 0 \begin{cases} x = 6 \text{ ق } \\ x = 2 \text{ ق } \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف مربعات ریشه‌ها} = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32$$

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۳

ابتدا نسبت طولایی را به دست می آوریم فرض می کنیم $\frac{L}{w} = t$ باشد.

$$\frac{L}{w} = \frac{w+L}{L} \Rightarrow \frac{L}{w} = \frac{w}{L} + 1 \xrightarrow{\frac{L}{w}=t} t = \frac{1}{t} + 1$$

$$\Rightarrow t^2 - t - 1 = 0 \xrightarrow{t > 0} t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow L = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)w (*)$$

محیط مقوا باید برابر $2\sqrt{5} + 6$ باشد بنابراین:

$$2(L+w) = 2\sqrt{5} + 6 \Rightarrow 2\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}w + w\right) = 2\sqrt{5} + 6$$

$$\Rightarrow w(\sqrt{5} + 3) = 2\sqrt{5} + 6 \Rightarrow w = 2$$

با استفاده از رابطه (*) طول مقوا را می یابیم.

$$L = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)w = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \times 2 \Rightarrow L = 1 + \sqrt{5}$$

متوسط

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۴

مجموع دو رادیکال زمانی صفر می شود، که همزمان صفر شوند.

$$\sqrt{x+2} \Rightarrow x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

پس $x = -2$ باید رادیکال دوم را نیز صفر کند.

$$\sqrt{a(-2)^2} + 4 = 0 \Rightarrow 4a + 4 = 0 \Rightarrow a = -1$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۵

طرفین تساوی را به توان دو می‌رسانیم تا معادله از حالت رادیکالی خارج شود.

$$(\sqrt{2x+1})^2 = (x-2)^2 \Rightarrow 2x+1 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 4x + 4 - 2x - 1 \Rightarrow x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-6)^2 - 4(1)(3) = 36 - 12 = 24$$

$$\Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{24}}{2(1)} = \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 6}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 + \sqrt{6} \\ x_2 = 3 - \sqrt{6} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$x = 3 - \sqrt{6}$ غیر قابل قبول است، زیرا در معادله اولیه صدق نمی‌کند و سمت راست تساوی به ازای آن منفی می‌شود. به ازای $x = 3 + \sqrt{6}$ دو طرف معادله برابر و مثبت خواهند بود.

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۵۶

طرفین تساوی را به توان دو می‌رسانیم تا معادله از حالت گنگ خارج شود.

$$(\sqrt{2x+1})^2 = (x-2)^2$$

$$\Rightarrow 2x+1 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow 0 = x^2 - 4x + 4 - 2x - 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(3) = 36 - 12 = 24$$

$$\Rightarrow x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{24}}{2 \times 1} = \frac{6 \pm \sqrt{4 \times 6}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{2} \rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 + \sqrt{6} \\ x_2 = 3 - \sqrt{6} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$x = 3 - \sqrt{6}$ غیر قابل قبول است، چون در دامنه معادله اولیه نیست.

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۵۷

در معادله داده شده به کمک تغییر متغیر $x^2 + 1 = t$ داریم:

$$\frac{1}{t} + \frac{3}{t+1} = \frac{7}{t+5} \xrightarrow{\text{ک.م.م. مخرج ها}} (t+1)(t+5) + 3t(t+5)$$

$$= 7t(t+1) \Rightarrow t^2 + 6t + 5 + 3t^2 + 15t = 7t^2 + 7t$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 14t - 5 = 0 \Rightarrow \Delta = (-14)^2 - 4 \times 3 \times (-5)$$

$$\Rightarrow \Delta = 256 \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{14 + 16}{6} = 5 \\ t = \frac{14 - 16}{6} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = 5 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ ق ق} \\ x^2 + 1 = -\frac{1}{3} \Rightarrow x^2 = -\frac{4}{3} \text{ جواب ندارد} \end{cases}$$

حاصل ضرب جوابهای معادله = -۴

دشوار

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۵۸

با توجه به این که عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد.

$$\sqrt{x^2} = (1 - \sqrt{-x})^2 \Rightarrow |x| = (1 - \sqrt{-x})^2$$

$$-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \Rightarrow |x| = -x$$

$$-x = (1 - \sqrt{-x})^2 \Rightarrow -x = 1 + (-x) - 2\sqrt{-x} \Rightarrow 2\sqrt{-x} = 1 \Rightarrow \sqrt{-x} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} -x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۵۹

$$\sqrt{3x-8} - a = \sqrt{5-x} \xrightarrow{F=x} \text{در معادله صدق می کند}$$

$$\sqrt{3 \times (F) - 8} - a = \sqrt{5 - F}$$

$$\Rightarrow \sqrt{F} - a = \sqrt{1} \Rightarrow 2 - a = 1 \Rightarrow a = 1$$

حال $a = 1$ را در معادله قرار داده و آن را حل می‌کنیم:

$$\sqrt{3x-8} - 1 = \sqrt{5-x} \Rightarrow \sqrt{3x-8} = 1 + \sqrt{5-x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 3x - 8 = 1 + (5-x) + 2\sqrt{5-x}$$

$$\Rightarrow 4x - 14 = 2\sqrt{5-x}$$

$$\xrightarrow{\div 2} 2x - 7 = \sqrt{5-x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x^2 + 49 - 28x = 5 - x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 27x + 44 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{27 \pm \sqrt{25}}{8} = 4, \frac{11}{4}$$

حال امتحان کنیم $\frac{11}{4}$ در معادله صدق می‌کند یا نه:

$$\sqrt{3 \times \left(\frac{11}{4}\right) - 8} - 1 = \sqrt{5 - \frac{11}{4}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{4}} - 1 = \sqrt{\frac{9}{4}} \Rightarrow \text{صدق نمی‌کند}$$

پس معادله جواب دیگری ندارد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶۰

چون $x = 0$ و $x = -1$ ریشه‌های معادله هستند، پس در معادله صدق می‌کنند.

$$\frac{ax}{2x-b} + \sqrt{x+b} = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow 0 + \sqrt{0+b} = 1 \Rightarrow \sqrt{b} = 1 \Rightarrow b = 1 \\ x = -1 \Rightarrow \frac{-a}{-2-b} + \sqrt{-1+b} = 1 \xrightarrow{b=1} \frac{-a}{-3} = 1 \\ \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 4$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶۱

با توجه به ویژگی قدرمطلق داریم:

$$|2x - 3| = \left| \frac{1}{x-2} \right| \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = \frac{1}{x-2} \Rightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases} \\ 2x - 3 = \frac{-1}{x-2} \Rightarrow 2x^2 - 7x + 7 = 0 \text{ (ریشه ی حقیقی ندارد)} \end{cases}$$

تنها ریشه صحیح معادله فوق $x = 1$ است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۶۲

گزینه «۲»

ابتدا مجموعه جواب نامعادله $|x - \frac{3}{2}| < \frac{1}{4}$ را به دست می‌آوریم:

$$-\frac{1}{4} < x - \frac{3}{2} < \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{1}{4} < x < \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \frac{5}{4} < x < \frac{7}{4}$$

$$\sqrt{x^2 - 4x + 4} + |x - 1| = \sqrt{(x-2)^2} + |x - 1| \\ = \underbrace{|x-2|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|x-1|}_{\text{مثبت}} = -x + 2 + x - 1 = 1$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۳

اعداد مورد نظر x می‌گیریم. فاصله x از یک برابر با $|x - 1|$ است.فاصله مربع x از یک برابر با $|x^2 - 1|$ و اگر این دو فاصله برابر باشند، داریم:

$$|x^2 - 1| = |x - 1| \Rightarrow |x - 1| |x + 1| - |x - 1| = 0 \\ \Rightarrow |x - 1| (|x + 1| - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} |x - 1| = 0 \Rightarrow x = 1 \\ |x + 1| = 1 \Rightarrow x = 0, -2 \end{cases}$$

پس سه عدد ۱، ۰ و -۲ با این ویژگی داریم.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۶۴

$$F + |2a - b| = Fa - a^2 \Rightarrow \underbrace{a^2 - Fa + F}_{\text{اتحاد مربع}} + |2a - b| = 0$$

$$(a - 2)^2 + |2a - b| = 0$$

زمانی جمع دو عبارت نامنفی صفر می‌شود که هر دو صفر باشند.

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$2a - b = 0 \Rightarrow 4 - b = 0 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a + b = 2 + 4 = 6$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

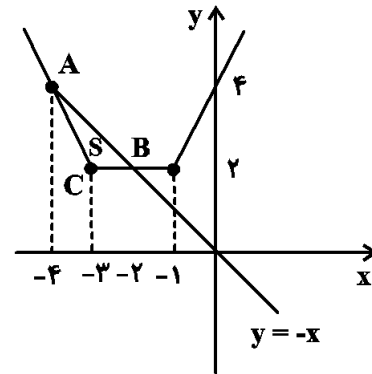
گزینه درست: null

سوال ۶۵

گزینه «۱»

با تعیین علامت عبارت‌های داخل قدرمطلق، تابع را به صورت چند ضابطه‌ای نوشته و نمودار آن را رسم می‌کنیم.

$$y = |x + 1| + |x + 3|$$



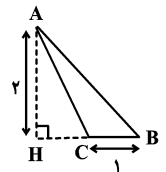
$$y = |x + 1| + |x + 3| = \begin{cases} -2x - 4 & x < -3 \\ 2 & -3 \leq x \leq -1 \\ 2x + 4 & -1 < x \end{cases}$$

محل تقاطع خط $y = -x$ را با نمودار تابع به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} y = 2 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow B(-2, 2)$$

$$\begin{cases} y = -2x - 4 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow -2x - 4 = -x \Rightarrow x = -4, y = 4 \\ \Rightarrow A(-4, 4)$$

$$S = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$



متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶۶

$$|a| + |b| \geq |a + b|$$

$$|2x - 4| + |2x + 6|$$

$$= |4 - 2x| + |2x + 6| \geq |(4 - 2x) + (2x + 6)|$$

$$\Rightarrow |4 - 2x| + |2x + 6| \geq 10 \Rightarrow \min(A) = 10$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

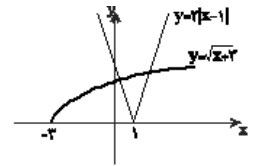
سوال ۶۷

گزینه «۲»

$$\sqrt{x+3} - 2|x-1| = 0 \Rightarrow \sqrt{x+3} = 2|x-1|$$

نمودار توابع با معادله‌های $y = \sqrt{x+3}$ و $y = 2|x-1|$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. توجه کنید که:

$$2|x-1| = \begin{cases} 2x-2 & , x \geq 1 \\ -2x+2 & , x < 1 \end{cases}$$



همانطور که ملاحظه می‌کنید نمودارهای این دو تابع در دو نقطه متقاطعند، پس معادله مورد نظر دو ریشه دارد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۶۸

بنابر ویژگی‌های قدرمطلق و این که $|x-1| < 2$ نتیجه می‌گیریم که:

$$-2 < x-1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3 \Rightarrow \begin{cases} -4 < x-3 < 0 \\ 1 < 2x+3 < 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x-3| = -(x-3) \\ |2x+3| = 2x+3 \end{cases}$$

بنابراین:

$$y = 2x+3 - 2(x-3) \Rightarrow y = 2x+3 - 2x+6 = 9$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

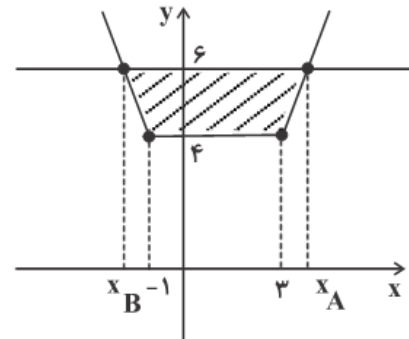
گزینه درست: null

سوال ۶۹

گزینه «۲»

$$f(x) = \begin{cases} x - 3 + x + 1 & ; x \geq 3 \\ -x + 3 + x + 1 & ; -1 < x < 3 \\ -x + 3 - x - 1 & ; x \leq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & ; x \geq 3 \\ 4 & ; -1 < x < 3 \\ -2x + 2 & ; x \leq -1 \end{cases}$$



$$2x - 2 = 6 \Rightarrow x_A = 4$$

$$-2x + 2 = 6 \Rightarrow x_B = -2$$

$$S_{\text{نرنگه}} = \frac{(4+6) \times 2}{2} = 10$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷۰

طرف چپ تساوی را به صورت زیر تعیین علامت می‌کنیم:

$$x = 0, x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow x + x + 1 = 2x + 1 \\ \Rightarrow 2x + 1 = 2x + 1 \Rightarrow x \geq 0 \\ -1 \leq x < 0 \Rightarrow -x + x + 1 = 2x + 1 \\ \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow 0 \notin [-1, 0) \\ x < -1 \Rightarrow -x - x - 1 = 2x + 1 \\ \Rightarrow -2x - 1 = 2x + 1 \\ \Rightarrow x = \frac{-1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} \notin (-\infty, -1) \end{cases}$$

پس معادله مفروض دارای بی‌شمار جواب است که در مجموعه اعداد $x \geq 0$ قرار دارند.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷۱

فاصله دو عدد A و B روی محور برابر با $|A - B|$ است، پس فاصله $3x - 1$ از $x - 3$ برابر است با:

$$|(3x - 1) - (x - 3)| = |2x + 2| = 2|x + 1|$$

می‌خواهیم این فاصله کمتر از ۶ باشد، پس:

$$2|x + 1| < 6 \Rightarrow |x + 1| < 3 \Rightarrow -3 < x + 1 < 3 \Rightarrow -4 < x < 2$$

$$2 - (-4) = 6$$

پس بیش‌ترین مقدار $b - a$ برابر است با:

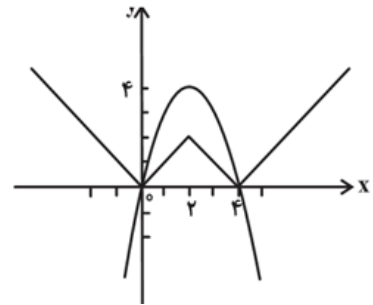
دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷۲

نمودار دو تابع $y_1 = ||x - 2| - 2|$ و $y_2 = 4 - (x - 2)^2$ را رسم می‌کنیم:



چون دو نمودار در دو نقطه برخورد داشته‌اند، بنابراین معادله صورت سؤال دو ریشه حقیقی دارد.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷۳

می‌دانیم $|a| = |-a|$ است، پس $|x^2 - x - 2| = |2 + x - x^2|$. از طرفی می‌دانیم زمانی تساوی $|a| + |b| = |a + b|$ برقرار است که $ab \geq 0$ باشد، پس اگر $a = x^2 - x - 2$ و $b = x + 2$ باشد، $a + b = x^2$ است، در نتیجه:

$$\underbrace{|x^2 - x - 2|}_a + \underbrace{|x + 2|}_b = \underbrace{|x^2 - x - 2 + x + 2|}_{x^2} = x^2$$

$$\xrightarrow{ab \geq 0} (x^2 - x - 2)(x + 2) \geq 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1)(x + 2) \geq 0$$

$$\xrightarrow{x < -1} (x + 1)(x + 2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq -1$$

پس مجموعه جواب معادله شامل ۲ عدد صحیح است.

تذکر: $|x^2| = x^2$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷۴

ابتدا معادله داده‌شده را ساده‌تر می‌کنیم.

$$3|x + 6| - \sqrt{6 - 4x + x^2} = 0 \Rightarrow 3|x + 6| - \sqrt{(x - 2)^2} = 0$$

$$\Rightarrow 3|x + 6| - |x - 2| = 0 \Rightarrow 3|x + 6| = |x - 2|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3(x + 6) = x - 2 \Rightarrow x = -10 \\ 3(x + 6) = -(x - 2) \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌های معادله عبارت است از:

$$-4 - 10 = -14$$

متوسط

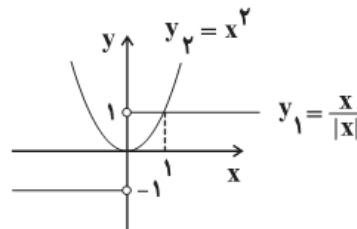
تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۷۵

گزینه «۲»

نمودار دو تابع $y_1 = \frac{x}{|x|}$ و $y_2 = x^2$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.



$$y_1 = \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

دو تابع در یک نقطه متقاطع‌اند، پس این معادله یک جواب دارد.

متوسط

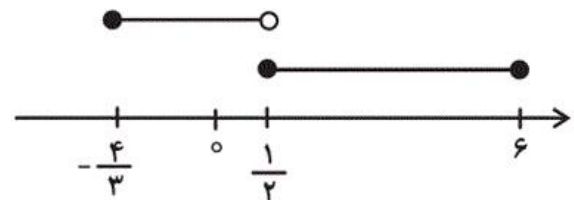
تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۷۶

گزینه «۳»

$$|2x - 1| \leq x + 5 \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ \rightarrow 2x - 1 \leq x + 5 \Rightarrow x \leq 6 \\ \text{تفریق با} \\ \rightarrow \left[\frac{1}{2}, 6 \right] \\ x < \frac{1}{2} \\ \rightarrow -2x + 1 \leq x + 5 \Rightarrow x \geq -\frac{4}{3} \\ \text{تفریق با} \\ \rightarrow \left[-\frac{4}{3}, \frac{1}{2} \right] \end{cases}$$



در آخر بین دو مجموعه جواب به دست آمده، اجتماع می‌گیریم:

$$\left[-\frac{4}{3}, \frac{1}{2} \right] \cup \left[\frac{1}{2}, 6 \right] = \left[-\frac{4}{3}, 6 \right] \Rightarrow a \times b = -\frac{4}{3} \times 6 = -8$$

$\begin{matrix} a & b \end{matrix}$

ساده

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۷۷

$$|a| + a = 0 \Rightarrow |a| = -a \Rightarrow a \leq 0$$

$$|b - 1| = 1 - b \Rightarrow b - 1 \leq 0 \Rightarrow b \leq 1$$

$$\left. \begin{matrix} a \leq 0 \\ b \leq 1 \end{matrix} \right\} \Rightarrow a + b \leq 1 \Rightarrow a + b - 1 \leq 0 \Rightarrow |a + b - 1| = -a - b + 1$$

$$b \leq 1 \Rightarrow b - 2 \leq -1 \Rightarrow |b - 2| = -b + 2$$

$$|a + b - 1| - |b - 2| = (-a - b + 1) - (-b + 2) = -a - 1$$

پس:

متوسط

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

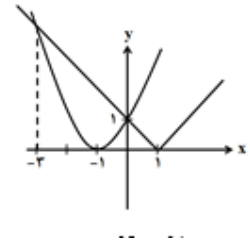
سوال ۷۸

$$x^2 + 2x + 1 = |x - 1|$$

$$(x + 1)^2 = |x - 1|$$

قرار می‌دهیم $y_1 = |x - 1|$ و $y_2 = (x + 1)^2$ ، طول نقطهٔ تلاقی نمودار این دو تابع جواب معادله است. یک جواب این معادله $x = 0$ و یک جواب کوچک‌تر از صفر است. ($x = -3$)

تذکر: اگر $x = -3$ گفته نشد، ولی ذکر شد که یک ریشه کم‌تر از صفر دارد، داده شود.



دشواری

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۷۹

$$|2x + 1| = 2 - |2a - 1|$$

شرط آن‌که معادله فوق جواب نداشته باشد این است که عبارت سمت راست منفی باشد:

$$2 - |2a - 1| < 0 \Rightarrow 2 < |2a - 1|$$

$$\begin{cases} 2a - 1 > 2 \Rightarrow a > \frac{3}{2} \\ \text{یا} \\ 2a - 1 < -2 \Rightarrow a < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

مجموعه جواب $R - [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ است.

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۸۰

$$x > 0 : x + 2 + 2x = 14 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 \checkmark$$

$$-2 \leq x \leq 0 : x + 2 - 2x = 14 \Rightarrow x = -12 \times$$

$$x < -2 : -x - 2 - 2x = 14 \Rightarrow -3x = 16 \Rightarrow x = -\frac{16}{3} \checkmark$$

پس مجموعه جواب‌ها برابر است با: $4 + \frac{-16}{3} = \frac{-4}{3}$

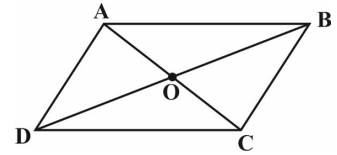
ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۸۱

نکته: در هر متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند، بنابراین:



$$\begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_C}{2} \\ x_O = \frac{x_B + x_D}{2} \end{cases} \Rightarrow x_A + x_C = x_B + x_D$$

به همین ترتیب داریم:

$$y_A + y_C = y_B + y_D$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 + (-3) = -2 + x_D \\ 4 + (-2) = 1 + y_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 1 \end{cases} \Rightarrow x_D + y_D = 3$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۸۲

نقطه B به طول -۱ روی محور طول‌هاست، پس مختصات آن $(-1, 0)$ است.

$$\text{AB وسط } M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

$$M = \left(\frac{3 - 1}{2}, \frac{4 + 0}{2} \right) = (1, 2)$$

فاصله M از مبدأ مختصات برابر است با:

$$OM = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۸۳

گزینه «۳»

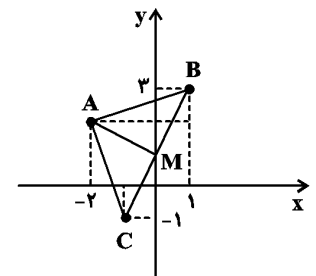
ابتدا مختصات وسط ضلع BC را به دست می‌آوریم:

$$\text{BC وسط } M = \left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2} \right) = \left(\frac{1 - 1}{2}, \frac{3 - 1}{2} \right) = (0, 1)$$

حال فاصله نقطه M از نقطه A را به دست می‌آوریم:

$$AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{(-2 - 0)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$



دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۸۴

نقطه مورد نظر را به صورت $(a, 2a - 1)$ در نظر می‌گیریم که فاصله آن از مبدا مختصات برابر است با:

$$\sqrt{a^2 + (2a - 1)^2} = \sqrt{5a^2 - 4a + 1}$$

کمترین مقدار عبارت فوق معادل کمترین مقدار سهمی $5a^2 - 4a + 1$ می‌باشد که به ازای طول رأس سهمی به دست می‌آید:

$$a = +\frac{4}{2(5)} = 0.4$$

بنابراین نقطه مورد نظر $(0.4, -0.2)$ و طول تصویر آن روی محور x ها 0.4 است.

ساده

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۸۵

اگر نقاط A و B دو سر یک قطر از مربعی باشند، طول قطر مربع برابر است با:

$$AB = \sqrt{(3 - (-1))^2 + ((-1) - 3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

طبق قضیه فیثاغورس، اگر طول ضلع مربع برابر a باشد، طول قطر آن برابر $a\sqrt{2}$ خواهد بود، بنابراین:

$$S = 4^2 = 16 \quad \text{مساحت مربع} \Rightarrow a = 4 \quad \text{ضلع مربع}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۸۶

با توجه به این که مثلث در رأس A قائمه می‌باشد، پس شیب AB و AC ، قرینه و معکوس همدیگر هستند.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2k - 6}{4} = \frac{k - 3}{2} \\ m_{AC} = \frac{4}{2 - k} \end{cases} \Rightarrow \frac{k - 3}{2} = \frac{k - 2}{4} \Rightarrow k = 4$$

پای میانه وارد بر وتر همان وسط پاره‌خط BC است.

$$\Rightarrow \begin{cases} B(6, 5) \\ C(4, -1) \end{cases} \Rightarrow \text{وسط پاره‌خط } BC$$

و در نهایت فاصله این نقطه تا مبدأ برابر است با:

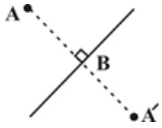
$$\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$$

ساده

تشریحی قلمچی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۸۷



$$y = x - 3$$

معادله خطی که از نقطه A می‌گذرد و بر خط $y = x - 3$ عمود است را می‌نویسیم:

$$\overbrace{y - 2 = -1(x - 3)} \rightarrow y - 2 = -x + 3 \rightarrow y = -x + 5$$

برای به دست آوردن مختصات نقطه B، محل برخورد دو خط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = x - 3 \end{cases} \rightarrow x - 3 = -x + 5 \rightarrow x = 4$$

$$y = 4 - 3 = 1 \rightarrow B(4, 1)$$

نقطه B وسط A و A' قرار دارد پس:

$$\begin{cases} 4 = \frac{3 + x_{A'}}{2} \rightarrow x_{A'} = 5 \\ 1 = \frac{2 + y_{A'}}{2} \rightarrow y_{A'} = 0 \end{cases} \rightarrow A'(5, 0)$$

ساده

تکاج ۱۳۸۴

گزینه درست: null

سوال ۸۸

معادله ی یک خط عمودی به فرم $x = h$ می‌باشد. در این حالت، ثابت h برابر ۵ است. پس معادله ی خواسته شده $x = 5$ است.

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۸۹

ابتدا طول سه ضلع مثلث را بدست می‌آوریم:

$$|AB| = \sqrt{(3 - (-1))^2 + ((-2) - 1)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$|AC| = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4$$

$$|BC| = \sqrt{(3 - 3)^2 + (1 - (-2))^2} = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$$

با توجه به فیثاغورسی بودن اعداد ۳ و ۴ و ۵ $(5^2 = 4^2 + 3^2)$

مثلث ABC قائم‌الزاویه بوده و مساحت آن برابر نصف حاصل ضرب اضلاع قائمه می‌باشد، در نتیجه: مساحت مثلث $S = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

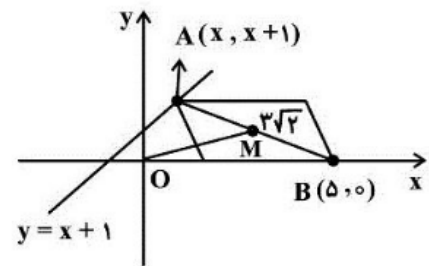
دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۹۰

زچون نقطه A روی خط $y = x + 1$ واقع است بنابراین مختصات آن $(x, x + 1)$ است و فاصله نقاط $A(x, x + 1)$ و $B(5, 0)$ برابر طول قطر بزرگ است.



بنابراین داریم:

$$AB = \sqrt{(x-5)^2 + (x+1)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} (x-5)^2 + (x+1)^2 = 18$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 25 + x^2 + 2x + 1 = 18 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } 2} x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین $A(2, 3)$ خواهد بود. همچنین در متوازی‌الاضلاع قطرها یکدیگر را نصف می‌کنند. لذا نقطه تلاقی قطرها همان وسط پاره‌خط AB می‌باشد.

$$AB \text{ پاره‌خط } M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

طول OM را محاسبه می‌کنیم:

$$OM = \sqrt{\left(\frac{2}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{4} + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{13}{4}} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

ساده

تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۹۱

چون A و A' قرینه یکدیگر نسبت به مبدأ مختصات هستند، پس مبدأ مختصات (نقطه O) وسط پاره خط AA' است. در نتیجه:

$$\frac{x_A + x_{A'}}{2} = 0 \Rightarrow \frac{5 + k}{2} = 0 \Rightarrow k = -5$$

$$\frac{y_A + y_{A'}}{2} = 0 \xrightarrow{k=-5} \frac{m - 1 + 16}{2} = 0 \Rightarrow m = -15$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۹۲

گزینه «۴»

می‌دانیم شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

$$m_{OA} = \frac{3 - (-1)}{4 - 1} = \frac{4}{3} \Rightarrow \text{شیب مماس} = -\frac{3}{4}$$

$$y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 4) \xrightarrow{x=0} y = 6$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۹۳

معادله خطی که از دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ می‌گذرد عبارت است از:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$A(-2, 3), B(2, -3) \Rightarrow y - 3 = \frac{-3 - 3}{2 - (-2)} (x + 2)$$

$$y - 3 = \frac{-6}{4} (x + 2) \Rightarrow y - 3 = \frac{-3}{2} (x + 2)$$

$$\Rightarrow 2(y - 3) = -3(x + 2) \Rightarrow 2y - 6 = -3x - 6 \Rightarrow 2x + 3y = 0$$

برای یافتن محل تلاقی خط با محورهای x و y را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$y = 0 \Rightarrow 2x + 3(0) = 0 \Rightarrow 2x = 0 \Rightarrow x = 0 = \frac{0}{2} = 0/2$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۹۴

ابتدا معادله عمودمنصف BC را می‌نویسیم:

$$C \text{ و } B \text{ نقطه وسط } M = \left(\frac{2+6}{2}, \frac{-1+2}{2} \right) = (4, \frac{1}{2})$$

$$m_{BC} = \frac{-1-2}{2-6} = \frac{3}{4} \Rightarrow m' = -\frac{4}{3}$$

$$y - \frac{1}{2} = -\frac{4}{3}(x - 4) \xrightarrow{\times 6} 6y - 3 = -8x + 16 \Rightarrow 8x + 6y - 19 = 0$$

فاصله ارتفاع از عمودمنصف برابر با فاصله نقطه A از خط عمودمنصف است:

$$\frac{|8(1) + 6(1) - 19|}{\sqrt{64 + 36}} = \frac{0}{10} = 0$$

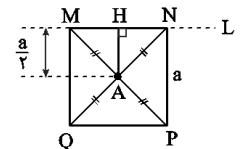
متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۹۵

شکل فرضی مقابل را در نظر می‌گیریم. همانطور که در شکل ملاحظه می‌شود، فاصله وسط قطر مربع از هر ضلع آن، برابر با نصف طول ضلع مربع است.



پس در این سؤال اگر طول ضلع مربع را a بنامیم، داریم:

$$\begin{cases} L: 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مربع } S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

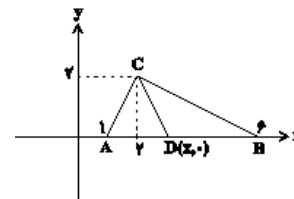
دشوار

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۹۶

گام اول: شکل را رسم می‌کنیم:

گام دوم: معادله خطوط AC و BC را می‌یابیم. فاصله D از هر دو خط برابر است.

$$A(1,0), C(2,2) \Rightarrow AC : y - 0 = \frac{2-0}{2-1}(x-1) \\ \Rightarrow y = 2x - 2$$

$$C(2,2), B(6,0) \Rightarrow BC : y - 0 = \frac{0-2}{6-2}(x-6) \\ \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3$$

گام سوم: فاصله $D(x,0)$ از هر دو خط:

$$\begin{cases} y - 2x + 2 = 0 \\ y + \frac{1}{2}x - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{|-2x + 2|}{\sqrt{4+1}} = \frac{|\frac{1}{2}x - 3|}{\sqrt{\frac{1}{4}+1}}$$

$$\frac{|-2x + 2|}{\sqrt{5}} = \frac{|x - 6|}{\sqrt{5}} = \begin{cases} -2x + 2 = x - 6 \Rightarrow x = \frac{8}{3} \\ -2x + 2 = 6 - x \Rightarrow x = -4 \end{cases}$$

با توجه به شکل $x = \frac{8}{3}$ صحیح است.

ساده

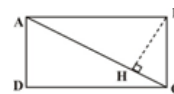
تشریحی قلم‌چی ۱۳۹۷

گزینه درست: null

سوال ۹۷

$$\text{الف) } d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2 \times 0 - 3 - 2|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \quad \text{یک ضلع مستطیل}$$

$$\frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \quad \text{طول مستطیل}$$



$$\text{ب) } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 5$$

$$\text{پ) } AB^{\Delta}H \sim AB^{\Delta}C \rightarrow \frac{BH}{BC} = \frac{AB}{AC} \rightarrow BH = \frac{BC \times AB}{AC} = \frac{\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{5} = 2$$

راه دوم

$$\left. \begin{array}{l} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} S_{\square ABCD} = \frac{10}{2} = 5 \\ S_{\Delta ABC} = \frac{BH \times AC}{2} = \frac{BH \times 5}{2} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{BH \times 5}{2} = 5 \rightarrow BH = 2$$

ساده

تشریحی ۱۳۹۹

گزینه درست: null

سوال ۹۸

فرض کنیم A' قرینه A نسبت به M باشد. در نتیجه:

$$\frac{x_A + x_{A'}}{2} = x_M \Rightarrow \frac{2 + x_{A'}}{2} = -2 \Rightarrow x_{A'} = -6$$

$$\frac{y_A + y_{A'}}{2} = y_M \Rightarrow \frac{5 + y_{A'}}{2} = 1 \Rightarrow y_{A'} = -3$$

$$OA' = \sqrt{(-6)^2 + (-3)^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

متوسط

تشریحی ۱۳۹۸

گزینه درست: null

سوال ۹۹

نقطه $(1, -1)$ روی خط $3x - y = 4$ است و دو خط داده شده موازی نیستند.

$$\begin{cases} 2y + x = 6 \\ 3x - y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow (2, 2) \quad \text{راس دیگر لوزی}$$

$$\text{طول ضلع: } \sqrt{(2-1)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

دشوار

تشریحی ۱۳۹۶

گزینه درست: null

سوال ۱۰۰

هر دو خط از نقطه $(1, 2)$ می‌گذرند.

$$\begin{cases} -b + (a-b)(2) - \lambda = 0 \Rightarrow 2a - 3b - \lambda = 0 & (1) \\ 3a(1) + b(2) - c = 0 \Rightarrow 3a + 2b - c = 0 & (2) \end{cases}$$

دو خط بر هم عمودند. شیب آن‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$-bx + (a-b)y - \lambda = 0 \Rightarrow (a-b)y = bx + \lambda$$

$$\Rightarrow y = \frac{b}{(a-b)}x + \frac{\lambda}{(a-b)} \Rightarrow m_1 = \frac{b}{a-b}$$

$$3ax + by - c = 0 \Rightarrow by = -3ax + c$$

$$= \frac{-3a}{b}x + \frac{c}{b} \Rightarrow m_2 = \frac{-3a}{b}$$

$$m_1 m_2 = -1 \Rightarrow \frac{b}{a-b} \times \frac{-3a}{b} = -1 \xrightarrow{b \neq 0} \frac{-3a}{a-b} = -1$$

$$\Rightarrow 3a = a - b \Rightarrow 2a = -b$$

در تساوی (۱) به جای $2a$ ، مقدار $-b$ قرار می‌دهیم:

$$\begin{aligned} (1) \quad & \xrightarrow{2a = -b} 2a - 3b - \lambda = 0 \xrightarrow{2a = -b} -b - \lambda = 0 \Rightarrow b = -2, a = 1 \\ (2) \quad & \xrightarrow{2a = -b} 3a + 3b - c = 0 \Rightarrow 3 \times (1) + 2(-2) - c = 0 \\ & \Rightarrow 3 - 4 - c = 0 \Rightarrow c = -1 \end{aligned}$$